Proseminar Sommer 2014:

Angewandte Lineare Algebra

1. Termin Mittwoch 12–14 Uhr (M 103); 2. Termin Freitag 12–14 Uhr
Moritz Kerz, Morten Lüders (Mi); Anna Fluder, Tobias Sitte (Fr)

Im Proseminar *Angewandte Lineare Algebra* möchten wir uns mit vier verschiedenen Anwendungen der Linearen Algebra auf praktische Probleme der Naturwissenschaft, Informatik und Wirtschaftswissenschaft beschäftigen.

1. Zunächst sollen *stochastische Matrizen* betrachtet werden. Dabei geht es darum, Wahrscheinlichkeiten für Übergänge von einem Zustand zu einem anderen Zustand in einem System zu beschreiben. Als Anwendung betrachten wir z.B. einfache Vererbungsmodelle aus der Biologie.

2. In der *Codierungstheorie* geht es darum, einen Sicherheitspuffer bei der gestörten Übertragung digitaler Nachrichten zu gewährleisten. Sie spielt in der modernen Informatik eine wichtige Rolle. Ein einfaches Beispiel für Codierung ist die ISBN-Nummer im Buchhandel, die Informationen über ein Werk mit Hilfe einer Sicherheitsziffer am Ende codiert.

3. In der Wirtschaftswissenschaft benutzt man sogenannte *nicht-negative Matrizen* um Wirtschaftskreisläufe bei der Produktion von Waren zu studieren. Wir betrachten das lineare Input-Output-Modell von Leontief und dessen marxistische Interpretation durch Morishima. Hierfür müssen zunächst einige Grundlagen der Linearen Algebra bereitgestellt werden, insbesondere der Satz von Frobenius-Perron.

4. Schließlich studieren wir Grundlagen der Einsteinschen *speziellen Relativitätstheorie*. Dazu betrachtet man die Minkowskimetrik der Raum-Zeit $\mathbb{R}^4$. Die Lorentz-Transformation beschreibt, in welcher Beziehung verschiedene Koordinatensysteme stehen und macht verständliche, warum man sich nicht mit Lichtgeschwindigkeit bewegen kann. Tiefer gehendes physikalisches Vorwissen ist hierfür nicht nötig.

Ablauf:
Die Erarbeitung und Präsentation des Stoffes in Kleingruppen steht bei diesem Proseminar im Vordergrund. Konkret soll zu jedem der vier Themen eine Gruppe von 3–4 TeilnehmerInnen gebildet werden, die den Stoff zusammen erarbeiten. Die Gruppen sollen den erarbeiteten Stoff dann im Seminar über drei bis vier Wochen verteilt präsentieren. Dabei sollte jedes Gruppenmitglied ungefähr gleich lang vortragen (an der Tafel oder als Beamervortrag). Zusätzlich werden kurze Handouts zu jedem der vier Themen von den Gruppen erwartet.

In den Vorträgen sollen zunächst die nötigen mathematischen Grundlagen entwickelt werden. Die Vorträge sollten aber auch die anwendungsbezogene Interpretation ausführlich und verständlich darstellen.

Voraussetzungen: Lineare Algebra I. Der parallele Besuch der Vorlesung Lineare Algebra II wird empfohlen. Als Vorwissen aus den Anwendungsgebieten bedarf es lediglich eines rudimentären Allgemeinwissens.

Anmeldung: In der Vorbesprechung (siehe oben). Wer verhindert ist, kann auch eine Email schicken an moritz.kerz@mathematik.uni-r.de

Vorträge:

Thema 1: Stochastische Matrizen
Dieses Thema behandelt die Theorie der stochastischen Matrizen mit absorbierenden Zuständen. Dazu soll der Stoff aus [HW] 3.4 möglichst ausführlich dargestellt werden.

Thema 2: Codierungstheorie
Grundlagen der Codierungstheorie sollen dargestellt werden und einige Beispiele einfacher Codes diskutiert werden. Dazu werden Vektorräume über endlichen Körpern betrachtet. Da in der Vorlesung bisher nur die endlichen Körper $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ (p prim) eingeführt wurden, können wir uns auf diese beschränken. Es sollte möglichst viel Stoff aus [HW] Abschnitt 3.7 inklusive Beispiel 2.6.5 präsentiert werden. Falls die Zeit nicht für den gesamten Stoff reicht, muss eine Auswahl unter den Beispielcodes getroffen werden.

Thema 3: Nicht-Negative Matrizen
Wir gehen nach dem Buch [H] vor. Führen Sie zunächst Algebrennormen und den Spektralradius ein und beweisen Sie Satz II.2.11 aus [H], hier müssen Sie eine Auswahl des Stoffen aus Abschnitt II.2 aus [H] vornehmen. Betrachten Sie nicht-negative und irreduzible Matrizen und geben Sie dann einen Beweis des Satzes von Forbenius-Perron, Abschnitt IV.1. aus [H] bis Satz 1.8. Geben Sie dann noch einen Überblick über den reduziblen Fall, Satz IV.1.13 (ohne b).

Kommen Sie dann zu der ökonomischen Anwendung, dem Leontieff-Modell, II.2.12 und IV.2. Stellen Sie zum Schluss die marxistische Interpretation des Modells durch Morishima-Okishio dar, Abschnitt 1.1 aus [R].

Thema 4: Spezielle Relativitätstheorie
Für dieses Thema werden einige Begriffe vorausgesetzt, die zu Beginn der Vorlesung Lineare Algebra II eingeführt werden. So muss etwa der Begriff des regulären symmetrischen Skalarproduktes über den reellen Zahlen, so wie es in [HW] 7.1 eingeführt wird, nicht mehr ausführlich diskutiert werden. Genauer wird der Stoff der Abschnitte 7.1 und 7.2 aus [HW] in vereinfachter Form bereits in der Vorlesung behandelt. Im Proseminar sollen zunächst die hyperbolische Ebene und die Theorie von Witt, [HW] 7.3, dargestellt werden, wobei man sich auf den Fall eines regulären symmetrischen Skalarprodukt über den reellen Zahlen beschränken sollte und bei den längeren Argumenten höchstens Beweisskizzen geben sollte. Diskutieren Sie dann ausführlich den Minkowskiraum und die Lorentzgruppe [HW] 7.5. Zum Schluss soll die physikalische Anwendung dargestellt werden [HW] 7.6, insbesondere die berühmten Folgerungen der Theorie, wie Addition der Geschwindigkeiten, Längenkontraktion und Zeitdilatation. Falls die Gruppe Interesse hat, können einige klassische physikalische Experimente anhand von [H] V.12 vertieft darstellt werden (dies ist aber optional).

Literatur

Kontakt: moritz.kerz@mathematik.uni-r.de

Literatur: Ein Großteil des Proseminar richtet sich nach den Anwendungsbeispielen aus dem Buch

[HW] Bertram Huppert, Wolfgang Willems: *Lineare Algebra*, Vieweg.

Für die wirtschaftstheoretischen Anwendungen gehen wir nach einem Kapitel aus

[H] Bertram Huppert: *Angewandte Lineare Algebra*, de Gruyter

vor, ergänzt durch Abschnitt 1.1 aus

[R] John Roemer: *Analytic foundations of Marxian economic theory*, Cambridge University Press.