

Proseminar Sommersemester 2012:

## Elementare Zahlentheorie

Mi 12 - 14 Uhr im Raum TBA  
Prof. Dr. Moritz Kerz, Anna Fluder

### Inhalt:

Im Proseminar beschäftigen wir uns mit Grundlagen der elementaren Zahlentheorie. Der Ausgangspunkt ist die Zerlegung von natürlichen Zahlen in Primzahlen und die Frage der Verteilung der Primzahlen unter allen natürlichen Zahlen. Weitere Themen sind das Rechnen mit Kongruenzen. Ein wichtiges Ziel ist die ausführliche Beschäftigung mit dem von C. F. Gauß bewiesenen quadratischen Reziprozitätsgesetz.

Wir werden hauptsächlich nach den Kapiteln 1, 2 und 3 aus [Bu] vorgehen, teilweise auch Abschnitte aus [IR] heranziehen.

### Vorkenntnisse:

Lineare Algebra I und II.

### Vorbesprechung:

Mi 8.2.2012, 14 - 16 Uhr im Raum M 201

### Vorträge:

#### 1: Primzahlen

Primzahlen, Divisionsalgorithmus, Euklids Satz über die Existenz unendlich vieler Primzahlen, Fundamentalsatz der Arithmetik  
[Bu] Kapitel I, Abschnitte 1.1-1.5, und 2.2

#### 2: Euklidischer Algorithmus

ggT, kgV, Ideale in  $\mathbb{Z}$ , Euklidischer Algorithmus  
[Bu] Kapitel I, Abschnitte 2.1, 2.3-2.7 und 2.9, 2.11

*Korbinian Stöckl*

#### 3: Lineare diophantische Gleichungen

Lösbarkeit, effektive Bestimmung der Lösungsmenge  
[Bu] Kapitel I, Abschnitte 3.1-3.6

*Stefanie Gschlößl*

#### 4: Zahlentheoretische Funktionen

Multiplikative Funktionen, Faltungen, Müfunktion, Eulers Phifunktion  
[Bu] Kapitel I, Abschnitte 4.1-4.2 und 4.6-4.8 und [IR] Chapter II, §2

#### 5: Primzahlverteilung

Formulierung des Primzahlsatzes, Beweis einer schwachen elementaren Variante  
[IR] Chapter II, §4

*Daniel Saberi*

#### 6: Kongruenzen

Lineare Kongruenzen, Restklassenringe, Einheitengruppen, Chinesischer Restsatz  
[Bu] Kapitel II, Abschnitte 1.1, 1.3-1.5, 1.7-1.8 und 2.1-2.2

**7: Sätze von Fermat, Euler, Wilson**

Zusammenhang mit Verschlüsselung

[Bu] Kapitel II, Abschnitte 3.1-3.9

**8: Primitivwurzeln**Für welche  $m$  gibt es Primitivwurzel modulo  $m$ ?

[Bu] Kapitel II, Abschnitte 5.1-5.5

**9: Potenzreste**

erste Resultate zu Potenzresten, Legendresymbol

[Bu] Kapitel III, Abschnitte 1.1-1.5 und 2.3-2.4

**10: Quadratische Reziprozität**

Gauß-Lemma, geometrischer Beweis des Reziprozitätsgesetzes, Anwendung auf einfache Fälle des Dirichletsatzes über Primzahlen in arithmetischer Progression

[Bu] Kapitel III, Abschnitte 2.5-2.10

**11: Quadratsummen**

Welche Zahlen sind Summe von zwei Quadratzahlen? Alle natürlichen Zahlen sind Summe von vier Quadratzahlen (Satz von Lagrange)

[Bu] Kapitel IV, Abschnitte 1.1-1.4

**12: Pythagoräische Tripel**

Pythagoräische Tripel, Rationale Punkte auf Kurven zweiten Grades

[Bu] Kapitel IV, Abschnitte 2.1-2.3

## LITERATUR

[Bu] Bundschuh, P. *Einführung in die Zahlentheorie*. Springer-Verlag, Berlin, 1992.[IR] Ireland, K.; Rosen, M. *A classical introduction to modern number theory*. Graduate Texts in Mathematics, 84. Springer-Verlag, New York, 1990.Kontakt: [anna.fluder@mathematik.uni-regensburg.de](mailto:anna.fluder@mathematik.uni-regensburg.de), [moritz.kerz@mathematik.uni-r.de](mailto:moritz.kerz@mathematik.uni-r.de)