Universität Regensburg, Fakultät für Mathematik SS12
Prof. Dr. Moritz Kerz
Tobias Sitte

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen

Blatt 9

Aufgabe (1):
Zeige, dass auf einer Riemannschen Fläche der Komplex von Garben

$$0 \longrightarrow \mathbb{C}^\times \longrightarrow \mathcal{O}^\times \xrightarrow{d\log} \Omega \longrightarrow 0$$

exakt ist. Hier ist $d\log(f) = f^{-1}df$.

Aufgabe (2):
Sei X eine Riemannsche Fläche. Wir definieren eine Prägarbe $\mathcal{D}$ auf X. Sei dazu $\mathcal{D}(U)$ die Menge der Funktionen $f : U \to \mathbb{Z}$ mit $f^{-1}(\mathbb{Z} \setminus \{0\})$ diskret und abgeschlossen in U. Zeige:

- $\mathcal{D}$ ist eine Garbe,
- $H^1(X, \mathcal{D}) = 0$.
  Tipp: Imitiere den Beweis von $H^1(X, \mathcal{E}) = 0$ mit einer nicht stetigen Partition der 1.

Aufgabe (3):
Sei X eine kompakte Riemannsche Fläche mit $g(X) = 0$, d.h. $H^1(X, \mathcal{O}) = 0$. Zeige, dass X biholomorph zu $\mathbb{P}^1$ ist.

Tipp: Es gibt eine meromorphe Funktion auf X mit nur einem einzigem Pol, welcher einfach ist.