Universität Regensburg, Fakultät für Mathematik SS12
Prof. Dr. Moritz Kerz
Tobias Sitte

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen

Blatt 8

Aufgabe (1):
Zeige, dass die inhomogene Laplacegleichung auf

$$X = \{a = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |a| < R\} \qquad (R > 0)$$

lösbar ist, d.h. zu jedem $g \in \mathcal{E}(X)$ gibt es $f \in \mathcal{E}(X)$ mit

$$\Delta\, f := (\partial_x^2 + \partial_y^2) f = g.$$

Aufgabe (2):
Zeige $H^1(\mathbb{P}^1, \Omega) = \mathbb{C}$.
Tipp: Benutze die offene Überdeckung $\mathcal{U} = (\mathbb{P}^1 \setminus \{0\}, \mathbb{P}^1 \setminus \{\infty\})$ *von* $\mathbb{P}^1$.

Aufgabe (3):
Die glatte Funktion $g \in \mathcal{E}(\mathbb{C})$ habe kompakten Träger. Zeige, dass es genau dann eine Funktion $f \in \mathcal{E}(\mathbb{C})$ mit kompaktem Träger gibt, die die Differentialgleichung

$$\partial_{\bar{z}} f = g$$

erfüllt, falls

$$\int_{\mathbb{C}} z^n g(z)\, dz \wedge d\bar{z} = 0$$

für alle ganzen Zahlen $n \geq 0$.

Tipp: Satz von Stokes.