Universität Regensburg, Fakultät für Mathematik SS12
Prof. Dr. Moritz Kerz
Tobias Sitte

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen

Blatt 5

Aufgabe (1):
Sei X eine Riemannsche Fläche, $a \in X$ und $\mathfrak{m}_a \subset \mathcal{E}_a$ das Ideal der bei a verschwindenden glatten Funktionenkeime. Bestimme $\dim_{\mathbb{C}} \mathcal{E}_a/\mathfrak{m}_a^m$ für $m \geq 1$.

Aufgabe (2):
Sei $f : X \to Y$ eine holomorphe Abbildung von Riemannschen Flächen, $a \in X, b = f(a)$. Die Multiplizität von f bei a sei k. Zeige, dass für $\omega \in \Omega(Y \setminus \{b\})$ gilt

$$\mathrm{Res}_a f^*\omega = k\,\mathrm{Res}_b\omega.$$

Aufgabe (3):
Sei $f = \exp : \mathbb{C} \to \mathbb{C}^\times$ die Exponentialabbildung und $\omega = \frac{dz}{z} \in \Omega(\mathbb{C}^\times)$. Bestimme $f^*(\omega)$.

Aufgabe (4):
Zeige, dass für eine 1-Form $\omega \in \mathcal{E}^{1,0}(X)$ folgende Aussagen äquivalent sind:
(a): $\omega \in \Omega(X)$,
(b): $d\omega = 0$.