Universität Regensburg, Fakultät für Mathematik SS12
Prof. Dr. Moritz Kerz
Tobias Sitte

Übungen zur Vorlesung Riemannsche Flächen

Blatt 3

Aufgabe (1):
Sei $p : Y \to X$ eine Überlagerung von topologischen Räumen, $y_0 \in Y, x_0 = p(y_0)$. Zeige, dass der Homomorphismus $p_* : \pi_1(Y, y_0) \to \pi_1(X, x_0)$ injektiv ist.

Aufgabe (2):
Sei $p : Y \to X$ ein eigentlicher lokaler Homöomorphismus von lokal-kompakten topologischen Räumen. Zeige, dass p eine Überlagerung ist.
Hinweis: Man sagt, dass p eigentlich ist, falls $p^{-1}(K)$ kompakt ist für alle $K \subset X$ kompakt.

Aufgabe (3):
Seien $p_1 : Y_1 \to X$ und $p_2 : Y_2 \to X$ Überlagerungen von Mannigfaltigkeiten und $f : Y_1 \to Y_2$ eine stetige Abbildung mit $p_2 \circ f = p_1$. Zeige, dass f eine Überlagerung ist.

Aufgabe (4):
Seien $\Gamma_1, \Gamma_2 \subset \mathbb{C}$ Gitter und $f : \mathbb{C}/\Gamma_1 \to \mathbb{C}/\Gamma_2$ eine holomorphe Abbildung mit $f(0) = 0$. Zeige, dass es ein $\alpha \in \mathbb{C}$ gibt mit $f([x]) = [\alpha x]$ für alle $x \in \mathbb{C}$, also insbesondere $\alpha \cdot \Gamma_1 \subset \Gamma_2$.
Tipp: Lifte f zu einer Abbildung $\tilde{f} : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $\tilde{f}(0) = 0$. Zeige, dass für $z \in \mathbb{C}$ und $\omega \in \Gamma_1$ gilt $\tilde{f}'(z) = \tilde{f}'(z + \omega)$. Folgere, dass die holomorphe Abbildung $z \mapsto \tilde{f}'(z)$ konstant ist.